Εισάγοντας την "Αρχή της Αβεβαιότητας" σε μαθητές Λυκείου μέσω απλών μαθηματικών σχέσεων και με τη χρήση αυτοσχέδιου Αλληλεπιδραστικού Λογισμικού

Περίληψη
Η εργασία αυτή παρουσιάζει την εισαγωγή της Αρχής της Αβεβαιότητας στην ύστερη Δευτεροβάθμια Εκπαίδευσης μέσω απλών (και γνωστών στους μαθητές) μαθηματικών σχέσεων και με τη χρήση ενός αυτοσχέδιου Αλληλεπιδραστικού Λογισμικού. Η μαθηματική προσέγγιση, το λογισμικό, οι εφαρμογές και οι συνέπειες της Αρχής της Αβεβαιότητας απετέλεσαν βασικά συστατικά μέρη μιας διδακτικής παρέμβασης που πραγματοποιήθηκε σε μαθητές της τελευταίας τάξης του Λυκείου. Τα αποτελέσματα της εκπαιδευτικής αξιολόγησης που ακολούθησε παρουσιάζουν στατιστικά σημαντική διαφορά μεταξύ των ομάδων ελέγχου και πειραματισμού, πράγμα που φανερώνει ότι η πρόταση αυτή βοηθά τους μαθητές να κατανοήσουν μια θεμελιώδη αρχή της Κβαντικής Φυσικής.

Abstract
This paper presents the introduction of the Principle of Uncertainty in late Secondary Education through simple (and known to students) mathematical relationships and using an improvised Interactive Software. The mathematical approach, software, applications and implications of the uncertainty principle were key components of a teaching intervention carried out to pupils in their final year of high school. The results of educational evaluation that followed show a statistically significant difference between control and experimental groups, which indicates that this proposal helps students understand a fundamental principle of Quantum Physics.

1. Εισαγωγή

Αναγκαιότητα

Η αρχή της αβεβαιότητας (ή απροσδιοριστίας) του Heisenberg είναι μια θεμελιώδης και γενεσιουργός αρχή της κβαντομηχανικής (Johansson & Milstead 2008) την οποία πολλές επιστημονικές ομάδες προσπάθησαν να καταρρίψουν με πειράματα, χωρίς όμως κάποιο αποτέλεσμα. Όπως αναφέρει χαρακτηριστικά ο Richard Feynman είναι αυτή που «προστατεύει» την κβαντική μηχανική (Feynman et al. 1963). Η κβαντική αβεβαιότητα εξηγεί τις κινήσεις και τις αλληλεπιδράσεις του μικρόκοσμου (συνεχείς κινήσεις, μεγάλες ταχύτητες), το μέγεθος και τη σταθερότητα των ατόμων, την εμβέλεια των δυνάμεων, τις ραδιενεργές διασπάσεις και τα βιολογικά φαινόμενα (σχηματισμός του DNA), παρέχοντας μας γνώσεις που μπορεί να έχουν αντίκτυπο και στον τεχνολογικό μας πολιτισμό μέσω και των κβαντικών υπολογιστών (Hobson 1996).

Βιβλιογραφική Ανασκόπηση

Πέραν της σημαντικότητας στην εξέλιξη της κβαντομηχανικής, η αρχή της αβεβαιότητας πρέπει να αποτελεί μέρος της γνώσης του σύγχρονου ανθρώπου και απαραίτητα όσων μελετούν την κβαντική φυσική. Εκπαιδευτικά, αρκετές από τις συνέπειες της αρχής της αβεβαιότητας του Heisenberg μπορεί να αποδειχθούν στην τάξη, αποτελώντας ένα εξαιρετικό σημείο εκκίνησης για μια συζήτηση σχετικά με την παράξενη φύση του κβαντικού κόσμου (Johansson & Milstead 2008). Η αρχή της αβεβαιότητας αντιπροσωπεύει καλύτερα για τους μαθητές (ακόμα και από αυτή του δυϊσμού κύματος - σωματιδίου) τον τρόπο που η κβαντική θεωρία άλλαξε ριζικά την άποψή μας για τον κόσμο στο μικροσκοπικό επίπεδο (Olsen 2002).

2. Μεθοδολογία

Ερευνητικό Ερώτημα

Οι μαθητές του Λυκείου, μετά από τη διδακτική παρέμβαση για την αρχή της αβεβαιότητας με την προτεινόμενη μαθηματική προσέγγιση της, τη χρήση του αλληλεπιδραστικού λογισμικού και τα βήματα του ηλεκτρονικού φύλλου εργασίας βελτιώνουν τις επιδόσεις τους σε ερωτήσεις και προβλήματα που αφορούν τη φύση και τις συνέπειες της αρχή της αβεβαιότητας;

Στόχοι εκπαιδευτικής παρέμβασης

Στόχοι της παρουσιαζόμενης εκπαιδευτικής πρότασης και παρέμβασης είναι: α) η εισαγωγή της αρχής της αβεβαιότητας σε μαθητές της τελευταίας τάξης του Λυκείου της χώρας μας με τη χρήση και μόνο διδαγμένων μαθηματικών και φυσικών εννοιών, μεγεθών και διαδικασιών, β) η δημιουργία πρωτότυπου και απλού εκπαιδευτικού λογισμικού με προγραμματιστικά εργαλεία ευρέως προσβάσιμα στους εκπαιδευτικούς αλλά και στους μαθητές, και γ) η σύνθεση, η διεξαγωγή και η αξιολόγηση μιας εκπαιδευτικής παρέμβασης που ενσωματώνει κατάλληλα στα βήματα της εκπαιδευτικής διαδικασίας πρωτότυπους ψηφιακούς πειραματισμούς και μαθηματικές διαδικασίες.

Έρευνα

Η αρχή της αβεβαιότητας μπορεί να γίνει κατανοητή με τη χρήση του «κυματοδέματος», δηλαδή την παραγωγή ενός κύματος εντοπισμένου χωρικά. Για την παραγωγή τέτοιου κύματος πρέπει να χρησιμοποιηθεί η υπέρθεση ενός αριθμού κυμάτων με διάφορα μήκη κύματος, πράγμα που έχει σα συνέπεια το «άπλωμα» των αντίστοιχων ορμών τους στο χώρο των ορμών. Η συνηθισμένη μαθηματική προσέγγιση είναι η χρήση της ανάλυσης Fourier (Phet Fourier: Δημιουργία Κυμάτων, Tambade 2012). Τα ενδιαφέροντα σημεία στην παρούσα προσέγγιση που τη διαφοροποιούν από προηγούμενες είναι:
α) παρακάμπτεται η ανάλυση Fourier, διαδικασία άγνωστη στους μαθητές Λυκείου με τη χρήση δύο μόνο αρμονικών κυμάτων.
β) Χρησιμοποιείται το φαινόμενο του διακροτήματος, που είναι γνωστό στους μαθητές και το οποίο με κατάλληλη αντιστοίχηση φυσικών μεγεθών οδηγεί στην εικόνα του «κυματοπακέτου». Επίσης δίνει τη δυνατότητα να επιτευχθεί το σημείο α) καθώς απαιτεί μόνο δύο ταλαντώσεις, δηλαδή μόνο δύο «συνιστώσες Fourier».
Από τις μαθηματικές γνώσεις των μαθητών χρησιμοποιούμε την υπέρθεση κυμάτων και τη σύνθεση ταλαντώσεων. Έτσι θεωρούμε δύο κύματα που συμβάλλουν στο ίδιο μέσο τη χρονική στιγμή t_0. Τα στιγμιότυπα των κυμάτων είναι:

$$y_1 = A\eta\mu\left[2\pi\left(\frac{t_0}{T_1}-\frac{x}{\lambda_1}\right)+\phi_1\right],\quad y_2 = A\eta\mu\left[2\pi\left(\frac{t_0}{T_2}-\frac{x}{\lambda_2}\right)+\phi_2\right]. \quad (1)$$

Για τις αρχικές φάσεις επιλέγουμε $\phi_1 = -2\pi\frac{t_0}{T_1}+\pi$ και $\phi_2 = -2\pi\frac{t_0}{T_2}+\pi$, οπότε οι εκφράσεις για τα στιγμιότυπα γίνονται:

$$y_1 = A\eta\mu\left(2\pi\frac{x}{\lambda_1}\right) \text{ και } y_2 = A\eta\mu\left(2\pi\frac{x}{\lambda_2}\right). \ (2)$$

Με τον τρόπο αυτό η μαθηματική επεξεργασία της υπέρθεσης των δύο κυμάτων για $t=t_0$ είναι ανάλογη με την σύνθεση των ταλαντώσεων του διακροτήματος με την αντιστοιχία:

$$\frac{1}{\lambda_1} \to f_1, \ \frac{1}{\lambda_2} \to f_2 \ \text{ και } \ x \to t. \ (3)$$

Το αποτέλεσμα του στιγμιότυπου της υπέρθεσης είναι[1]:

$$y = 2A\sigma\upsilon\nu\left[\frac{2\pi}{2}\left(\frac{1}{\lambda_1}-\frac{1}{\lambda_2}\right)x\right]\eta\mu\left[\frac{2\pi}{2}\left(\frac{1}{\lambda_1}+\frac{1}{\lambda_2}\right)x\right] \ (4)$$

και είναι στο χώρο (x,y) ανάλογο με το διάγραμμα (t,y) του διακροτήματος, το οποίο έχει διδαχθεί στους μαθητές θετικού προσανατολισμού της Γ΄ Λυκείου (βλ. Εικόνα 1). Επομένως η συνάρτηση $y(x)$ είναι περιοδική με περίοδο L. Εξάλλου χρησιμοποιώντας την ορμή κατά de Broglie που αντιστοιχεί σε κάθε κύμα $p_1 = \frac{h}{\lambda_1}$ και $p_2 = \frac{h}{\lambda_2}$ και ορίζοντας $\bar{p} = \frac{p_1 + p_2}{2}$ η (4) γίνεται:

$$y = 2A\sigma\upsilon\nu\left[\frac{2\pi}{h}\left(\frac{p_1 - p_2}{2}\right)x\right]\eta\mu\left(\frac{2\pi}{h}\bar{p}x\right). \ (5)$$

Η αβεβαιότητα ΔP στις ορμές των κυμάτων είναι:

$$\Delta p = \sqrt{\langle p^2 \rangle - \langle p \rangle^2} = \frac{p_1 - p_2}{2}. \ (6)$$

Η αβεβαιότητα στη θέση του σωματίου που περιγράφεται από το «κυματόδεμα» είναι ανάλογη με την περίοδο L. Εδώ θεωρούμε ότι[2]

$$\Delta x = \frac{L}{2\pi}. \ (7)$$

Χρησιμοποιώντας από τη θεωρία του διακροτήματος, τον τρόπο εύρεσης της περιόδου του διακροτήματος, και τις (6) και (7), έχουμε τη σχέση αβεβαιότητας:

$$\frac{2\pi}{h}\Delta pL = \pi \Rightarrow \frac{2}{h}\Delta p\Delta x 2\pi = 1 \Rightarrow \Delta p \cdot \Delta x = \frac{h}{4\pi}. \ (8)$$

Στην εκπαιδευτική μας προσέγγιση, στο βήμα του πειραματισμού, επιλέξαμε τη χρήση λογιστικών φύλλων τα οποία έχουν αναδεχθεί σε ένα σημαντικό παιδαγωγικό εργαλείο τόσο για την εκπαιδευτική προσέγγιση μιας σειράς κβαντομηχανικών αρχών και φαινομένων όσο και της φυσικής στο σύνολο της (Tambade 2012). Με τη χρήση του λογισμικού Microsoft Excel δημιουργήσαμε υπολογιστικό φύλλο το οποίο επιτρέπει την οπτικοποίηση των αρχικών κυμάτων πριν την υπέρθεση και του τελικού αποτελέσματος της υπέρθεσης. Οι οπτικοποιήσεις είναι ουσιαστικά γραφικές παραστάσεις τιμών που είναι καταγεγραμμένες σε κρυφό φύλλο εργασίας του προγράμματος και οι οποίες υπολογίζονται με τις σχέσεις (2) και

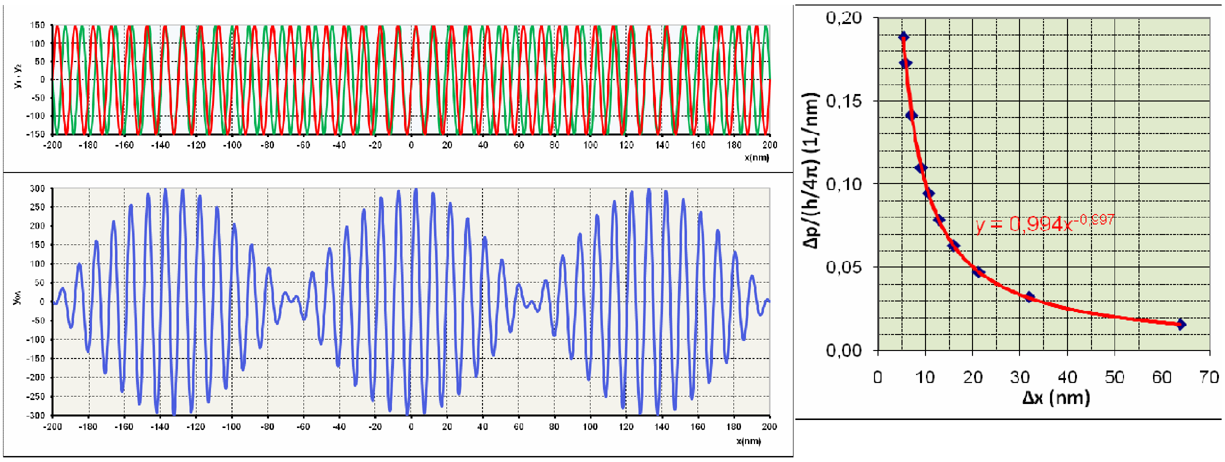
---

[1] Οι μονάδες των y_1, y_2 και y αντιστοιχούν στο φυσικό μέγεθος του οποίου τη διαταραχή περιγράφει το κύμα (απομάκρυνση, ηλεκτρικό ή μαγνητικό πεδίο, κτλ.)

[2] Στην πραγματικότητα ακριβείς υπολογισμοί οδηγούν στην περίπτωσή μας σε $\Delta x \approx 2{,}3\frac{L}{2\pi}$, οπότε το γινόμενο $\Delta p\Delta x$ είναι μεγαλύτερο από την ελάχιστη δυνατή. Η ελάχιστη τιμή αντιστοιχεί σε «γκαουσιανά» κύματα (Tambade, 2012).

(5). Με τη χρήση ενός μεταβολέα ο χρήστης μπορεί να μεταβάλλει το μήκος ενός από τα δύο αρμονικά κύματα, επιδρώντας έτσι στην αβεβαιότητα της ορμής Δp του τελικού «κυματοδέματος». Στη συνέχεια παρατηρεί και μετρά την αβεβαιότητα στη θέση Δx. Η επιβεβαίωση της σχέσης αβεβαιότητας ορμής–θέσης υποστηρίζεται με διαγράμματα στα οποία απεικονίζονται οι μετρήσεις (Εικόνα 1).

Εικόνα 1. Στατικά στιγμιότυπα από το αυτοσχέδιο Αλληλεπιδραστικό Λογισμικό. *Αριστερά πάνω*: Τα δύο κύματα που υπερτίθενται σύμφωνα με τις σχέσεις (2). *Αριστερά κάτω*: Το αποτέλεσμα της υπέρθεσης σύμφωνα με τη σχέση (5). *Δεξιά*: Η αβεβαιότητα στην ορμή Δp είναι αντίστροφα ανάλογη με την αβεβαιότητα στη θέση Δx.



Το λογισμικό και η μαθηματική επεξεργασία ενσωματώθηκαν σε φύλλο εργασίας που υλοποιήθηκε με σκοπό την εκπαιδευτική εισαγωγή της αρχής της απροσδιοριστίας στην τελευταία τάξη του Λυκείου. Το φύλλο εργασίας είναι βασισμένο στην εκπαιδευτική / επιστημονική μεθοδολογία με διερεύνηση που αποτελεί μια παιδαγωγική προσέγγιση της επιστημονικής ερευνητικής μεθόδου, της μεθόδου με την οποία ο επιστήμονας, ο ερευνητής, ο άνθρωπος ερεύνησε και ερευνά το φυσικό κόσμο (Συγγραφείς, Εργασία 1).

Οι έρευνες για τις προαντιλήψεις των μαθητών στην περιοχή της Κβαντικής Φυσικής είναι, σε αντίθεση με άλλους τομείς της Φυσικής, είναι αρκετά σπάνιες. Παρόλα αυτά μέσα από την εκπαιδευτική μας παρέμβαση αντιμετωπίσαμε δύο σχετιζόμενες αντιλήψεις:

Α) Το σωμάτιο κινείται σαν κύμα. Άρα το κυματοπακέτο δεν αντιπροσωπεύει την πιθανότητα εύρεσης του σωματίου σε κάποια θέση, αλλά την κίνηση που κάνει το σωμάτιο (Olsen 2002, σελ. 570, Εικ. 1).

Β) Υπάρχει μία μόνο σωστή τιμή για τη θέση του σωματίου, η $<x>$, η οποία υπόκειται σε πειραματικό σφάλμα. Δηλαδή το σωμάτιο δεν μπορεί να βρεθεί σε καμία άλλη θέση εκτός από τη μέση τιμή του x, απλά οι συσκευές μας έχουν πειραματικό σφάλμα και το βρίσκουμε μια εδώ και μια εκεί (Styer 1996, σελ. 32-33).

Η αντιμετώπιση και στις δύο αντιλήψεις σχετίζεται. Χρησιμοποιήσαμε το διάγραμμα του τετραγώνου του κύματος σα συνάρτηση του x, που αντιπροσωπεύει την πιθανότητα εύρεσης του σωματίου σε θέση x.

Έπειτα από την ολοκλήρωση του εκπαιδευτικού υλικού, διενεργήθηκε διαμορφωτική έρευνα με τη συμμετοχή 5 μαθητών της Λυκείου, με σκοπό τη βελτιστοποίηση του λογισμικού, του φύλλου εργασίας και της εκπαιδευτικής πορείας. Στη φάση αυτή της εργασίας έχουμε ολοκληρώσει τη διαμορφωτική έρευνα και αξιολόγηση και προχωρούμε στην πραγματοποίηση της κύριας έρευνας. Το δείγμα μας αποτελούν συνολικά δύο τμήματα μαθητών – μαθητριών της Γ΄ Λυκείου (ομάδα πειραματισμού και ομάδα ελέγχου). Οι δύο ομάδες μαθητών της κύριας έρευνας έχουν στη διδακτέα ύλη τους σε εισαγωγικό επίπεδο την κυματική θεωρία της ύλης του de Broglie καθώς και την αρχή της αβεβαιότητας (απροσδιοριστίας) του Heisenberg (στο κεφάλαιο «Ηλεκτρονιακή Δομή των Ατόμων και Περιοδικός Πίνακας» της Χημείας Θετικού Προσανατολισμού της Γ΄ Λυκείου).

Στην ομάδα ελέγχου έχουμε εφαρμογή παραδοσιακής διδασκαλίας με χρήση μόνο της πληροφορίας που βρίσκεται στο αντίστοιχο σχολικό εγχειρίδιο. Η σχέση αβεβαιότητας παρουσιάζεται και σχετίζεται με το «κυματοπακέτο» χωρίς να γίνει αναφορά στον τρόπο που η μεταβολή της αβεβαιότητας ορμής επιφέρει μεταβολή στην αβεβαιότητα θέσης. Στην ομάδα πειραματισμού οι κύριες διαφορές με την ομάδα ελέγχου είναι η χρήση της αναλογίας του διακροτήματος με το κυματοπακέτο και η χρήση του αλληλεπιδραστικού λογισμικού που δημιουργήσαμε. Περιλαμβάνει ακόμη εναύσματα και διατυπώσεις υποθέσεων των μαθητών, πειραματισμούς με το λογισμικό, διατύπωση συμπερασμάτων μετά τους πειραματισμούς και αναφορές για τη σημαντικότητα της αρχής της αβεβαιότητας στις Φυσικές επιστήμες.

3. Αποτελέσματα

Η στατιστική επεξεργασία των απαντήσεων των μαθητών του δείγματος, μας πληροφορεί ότι οι δυο ομάδες είναι ισοδύναμες πριν τη διδακτική παρέμβαση (τα αποτελέσματα των pre–tests έδειξαν πως δεν υπάρχει στατιστικά σημαντική διαφορά). Από την τελική στατιστική ανάλυση των δεδομένων μας στο σύνολο τους, θα προκύψει με ασφάλεια το συμπέρασμα για την μαθησιακή επίδραση που είχε η εκπαιδευτική μας πρόταση, η οποία ενσωματώνει μια βατή και εύκολα υλοποιήσιμη από τους μαθητές και εκπαιδευτικούς προσομοίωση με τη χρήση υπολογιστικών φύλλων.

4. Συμπεράσματα

Η πρόταση επιχειρεί την εκπαιδευτική προσέγγιση μιας φυσικής αρχής της Σύγχρονης Φυσικής η οποία έως τώρα απαιτούσε τη χρήση άγνωστων (αλλά απαραίτητων) για τους μαθητές μαθηματικών διεργασιών (ανάλυση Fourier). Με γνωστά φαινόμενα, γνώριμες μαθηματικές διεργασίες και κατάλληλες αντιστοιχίσεις οι μαθητές οδηγούνται στην εύρεση της εικόνας του «κυματοπακέτου» και προσεγγίζουν τη φύση της αρχής της αβεβαιότητας. Ταυτόχρονα παρουσιάζει ένα πρωτότυπο και εύκολα πραγματοποιήσιμο, τόσο από τους εκπαιδευτικούς όσο και από τους μαθητές, αλληλεπιδραστικό λογισμικό το οποίο οπτικοποιεί και παρέχει την δυνατότητα ελέγχου των μεταβλητών της παραπάνω προσέγγισης. Το λογισμικό ενταγμένο σε μια εκπαιδευτική ακολουθία φαίνεται να οδηγεί τους μαθητές σε θετικά μαθησιακά αποτελέσματα.

5. Βιβλιογραφία

Καλκάνης, Γ., Γκικοπούλου, Ο. Καπότης, Ε., Γουσόπουλος, Δ., Πατρινόπουλος, Μ., Τσάκωνας, Π., Δημητριάδης, Π., Παπατσίμπα, Λ., Μιτζήθρας, Κ., Καπόγιαννης, Α., Σωτηρόπουλος, Δ., Πολίτης Σ. (2013). Η Φυσική με Πειράματα Α' Γυμνασίου Βιβλίο Μαθητή. Υπουργείο Παιδείας, Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής, ΙΤΥΕ Διόφαντος, Αθήνα.

Feynman, R. P., Leighton, R. B., & Sands, M. (1963). The Feynman lectures on physics. Vol. 1. Addison-Wesley.

Hobson, A. (2011). Teaching Quantum Uncertainty1. *The Physics Teacher*,*49*(7), 434-437.

Johansson, K. E., & Milstead, D. (2008). Uncertainty in the classroom—teaching quantum physics. *Physics Education*, *43*(2), 173.

Olsen, R. V. (2002). Introducing quantum mechanics in the upper secondary school: a study in Norway. *International Journal of Science Education*, *24*(6), 565-574.

Phet, Fourier: Δημιουργία Κυμάτων, Accessed via https://phet.colorado.edu/el/simulation/fourier

Styer, D. F. (1996). Common misconceptions regarding quantum mechanics. *American Journal of Physics*, 64(1), 31-34.

Tambade, P. S. (2012). Spreadsheet Implementation for Momentum Representation of Gaussian Wave Packet and Uncertainty Principle. *European Journal of Physics Education*, *3*(1).